

Átkeléses feladatok

1.) Van egy folyó, amin egy csónak segítségével egy embernek át kell vinnie az egyik partról a másikra egy farkast, egy kecskét és egy káposztát. A csónakba az emberen kívül csak egyvalami fér. Ha együtt marad a farkas a kecskével, megeszi a kecskét. Ha együtt marad a kecske a káposztával, akkor megeszi a káposztát. Az ember jelenlétében senki nem bánt senkit. Hogy lehet mindegyiket átvinni a folyó másik partjára anélkül, hogy megsérülne a kecske vagy a káposzta?

2.) Egy folyó partján áll 3 kannibál és 3 hittérítő, valamint egy kétszemélyes csónak. Minden hittérítő tud evezni, de csak egy kannibál. Át kell jutni a 6 embernek a túlsó partra, azonban ha egy helyen több kannibál van, mint hittérítő, azok megeszik őket. (Ha a csónak kikötött, a bent ülők a parton lévőknél számítottak.) Átjuthatnak-e mindannyian? (A feladat másik gyakori megfogalmazása: Három ember, egy nagy majom és két kis majom szeretne átkelni a folyón egy csónakkal, amelyben kettőnél többen nem férnek el. Evezni csak az emberek és a nagy majom tud. Egy helyen egy időben nem lehet több majom, mint ember, mert akkor a majmok megeszik az embereket. Hogyan csinálják?)

3.) Egy kisebb csapat katona megakadt egy mély és széles folyónál. Szerencsére megláttak két csónakázó gyereket a közelben. A csónak azonban olyan kicsi volt, hogy egyszerre csak a két gyerek, vagy egy felnőtt ember fért el benne. Hogyan tudott a csapat kapitánya 357 katonájával együtt mégis átjutni a folyón úgy, hogy végül a gyerekek is a találkozási pontnál maradhattak a csónakjukkal együtt? Hányszor kellett eközben a csónaknak átkelni a folyón? (Mindenkinek tud evezni!)

4.) Két féltékeny férj szeretne feleségestől egy folyón átkelni egy kétszemélyes csónakban. Evezni mindenki tud. A férjek egyike sem meri feleségét olyan társaságban hagyni, amelyben férfi is van, ha ő nincs jelen.

Lebonyolítható-e az átkelés? Mi a helyzet, ha 3 férj és feleség van? És mi van akkor, ha több mint 3 férj és feleség van?

5.) Öt féltékeny férj szeretne feleségestől egy folyón átkelni egy háromszemélyes csónakban. Evezni mindenki tud. A férjek egyike sem meri feleségét olyan társaságban hagyni, amelyben férfi is van, ha ő nincs jelen.

Lebonyolítható-e az átkelés? Mi a helyzet, ha több mint 5 férj és feleség van?

6.) 5 házaspár egy jachton tölti a nyári szabadságát. Az egyik nap a hajó egy sziklának ütközik és elsüllyed. Egy piciny szigeten találnak menedéket, mindössze 3 kilométerre a szárazföldtől. Szerencsére egy csónak van kikötve a szigeten, ami elegendő nagy 3 ember számára, sőt, 3 pár evező is tartozik hozzá.

Minden férfi 3 km/h-val tud evezni, minden nő 1 km/h-val. Ha ketten eveznek, a sebességük összeadódik. Például 2 férfi együtt 6 km/h-val, egy házaspár 4 km/h-val stb. haladnak.

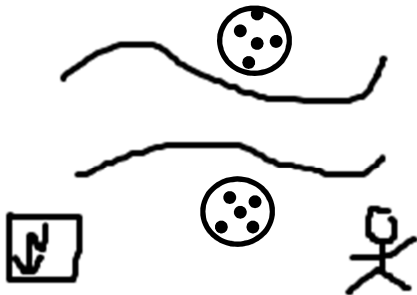
A férjek mind nagyon féltékenyek és nem engedik feleségüket más férfiak közelébe, csak ha ők is ott vannak, legyen ez akár a csónakban akár a parton. (Amikor az emberek be- vagy kiszállnak a csónakból, a bent- és a kint lévőköt együtt kell tekinteni.)

A hajótöréskor 7 ember (4 férfi és 3 nő) nyaksérülést szenvedett, nem tudják forgatni a fejüket, nem képesek a csónakot irányítani, ezért a 3 egészséges ember közül egynek mindig a csónakban kell lennie. Szerencsére három olyan pár is van, ahol csak egyikük sérült.

Mi az a legrövidebb idő, ami alatt mindenki biztonságosan kijut a partra?

7.) Az apa a két fiával, a mama a két lányával, valamint a rendőr és a fogoly át akarnak kelni a folyón egy kétszemélyes csónakkal. A gyerekek nem tudnak evezni, és a rendőr nem hagyhatja más emberek társaságában magára a foglyot (egymagában viszont igen, nem szökik meg). Ezen túlmenően az apa nem hagyhatja ott a fiait az anyával egy társaságban, és az anya nem hagyhatja ott a lányait az apával egy társaságban. Át tudnak kelni a folyón ilyen feltételek mellett?

8.) Egy folyó alatt átvezetnek egy 5 eres kábelt, úgy, hogy csak a végek



állnak ki. Sajnos minden ér azonos színű, és így nem lehet tudni, hogy az egyik oldalon található ereknek melyik a tú-loldali a megfelelője. Egy vil-lanszerelőnek van egy helyhez kötött feszültségforrása (amivel feszültség alá tudja helyezni a

kábel bármelyik érét), egy csónakja (evezővel), valamint egy olyan mérőműszere, amellyel csak azt tudja megállapítani, hogy egy vezeték feszültség alatt áll-e vagy sem. Hányszor kell áteveznie a folyón (a feszültségforrást nem, de a mérőműszert tudja vinni magával), hogy egyértelműen megjelölhesse az összetartozó vezetékeket? Mit mondhatunk n eres kábel esetén? (A megoldás során minden megengedett, amit a feladat kiírása nem tilt. Feltételezzük, hogy a kigondolt cselekményünknek fizikai akadályja nincs, rendelkezünk a szükséges védőfelszereléssel ... pl. megfoghatjuk a vezetéket, nem fog megrázni; tetszőlegesen hosszúak a – lecsupaszolt - vezetékvégek stb.)

9.) Józsi, Feri, Mari és Béla úgy döntöttek, hogy unják már a BV Intézet vendégyszeretét, ezért továbbállnak. Egyetlen akadályt kell már csak leküzdeniük ahhoz, hogy kiérjenek a szabadba: egy szellőzőalagúton kell átjutniuk. Az alagút tele van veszélyes dolgokkal (kiálló vascsövek, mély lyukak, szabadon lengedező magasfeszültségű vezetékek, stb.). Hőseinknek csak egyetlen zseblámpájuk van, és ennek a fényénél egyszerre csak max. ketten haladhatnak át az alagúton (ha ketten mennek, természetesen a lassabb sebességgel haladnak mind a ketten).

Egy óra van hátra a létszámenellenőrzésig, ekkor – észrevéve a négy hiányzót – riadót fognak elrendelni, amikor is automatikusan lezárnak minden lehetséges szökési útvonalat. Minden egyes szökevényünknek más-más idő szükséges az alagúton történő áthaladáshoz:

Józsi: 5 perc; **Feri:** 10 perc; **Mari:** 20 perc; **Béla:** 25 perc

Átjuthat-e 60 perc alatt a négy szökevény az alagúton?

10.) Az éjszaka sötétjében egy rozoga, rég nem használt híd előtt 11 fiú álldogál, ugyanis át szeretnének menni. Az átkelés meglehetősen veszélyes, mert a sötétben nem lehet látni, hogy hova is kell lépni, mégis a srácoknak a lehető legrövidebb idő alatt át kell kelniük. A gyerekek különböző korúak, és kisebb-nagyobb mértékben el is vannak fáradva, ezért különböző idők alatt képesek átjutni a hídon. Ezek az idők a következők: 5, 10, 15, 20, 30, 30, 35, 45, 50, 55 és 65 perc. Minden fiú tisztában van a többiek képességével.

Összesen két elemlámpájuk van, és mindkét lámpának akkora fényereje, hogy csak két fő számára tudja biztonságosan bevilágítani az út egy darabját. Amikor két fiú átkel egy lámpával, sebességük a lassabb sebességével egyezik meg. Az átkelés alatt mindkét elemlámpa folyamatos mozgásban van oda-vissza egészen addig, amíg mindenki át nem kelt. Megfordulni, lámpát átadni csak a híd végein lehet. A két 30 perces fiú nem nagyon kedveli egymást, biztosan nem együtt fognak átkelni.

Mennyi idő alatt és hogyan kelnek át a hídon?

.....
.....
.....
.....

Megoldások

Átkeléses feladatok

1.) Az ember először átviszi a kecskét, majd visszajön. Átviszi a farkast és visszahozza a kecskét. Átviszi a káposztát, majd visszajön a kecskéért.

2.) Egy lehetséges megoldás:

1. az evezni tudó kannibál átviszi a túoldalra mindkét társát, majd visszajön
2. átmegy két hittérítő, és az egyik visszajön egy kannibállal
3. az egyik hittérítő átviszi az evezni tudó kannibált, és visszajön a másik kannibállal
4. átmegy a két hittérítő, az evezni tudó kannibál pedig áthordja a társait

3.) Először a két gyerek átmegy, majd az egyik visszajön. Átmegy az egyik katona, és a gyerek visszahozza a csónakot. Idáig 4-szer kelt át a csónak. Most a kiinduló állásban vagyunk, azzal a különbséggel, hogy egy katona már a túlparton van. Ezt kell még eljátszani 357-szer, és akkor minden katona célhoz ér, a csónak is az eredeti helyén lesz. Ehhez összesen $4 \cdot 358 = 1432$ átkelés szükséges.

4.) Igen, két házaspár esetén megoldható az átkelés.

Világos, hogy a két férfi nem kelhet át egyszerre, különben csak együtt mehetnének vissza és nem jutnának előrébb. Először tehát vagy egy házaspárnak, vagy a két asszonynak kell átkelnie. Mindkét esetben egy asszony ott marad, a másik utas visszajön. Ez után csak a két férfi mehet át, majd az ott maradt asszonyt vagy a férje, vagy a másik nő áthozza.

Három házaspár esetén az első átkelésnél vagy egy házaspár, vagy két asszony megy át. Ez után a csónak úgy kerül vissza, hogy a túlsó parton egy nő marad. Most csak 2 nő mehet át. Az egyik visszamegy, és most

csak a megfelelő 2 férfi mehet át. Egy házaspár visszajön. Ez után a két férfi megy át, az egy nő vissza. Két nő át, majd a harmadikat vagy a férje vagy egy másik nő áthozza.

Háromnál több házaspár esetén nem lehet megvalósítani az átkelést. Legyen ugyanis n a párok száma (tehát $2n$ emberről van szó). Ekkor a következő megállapítások tehetők:

1.) Ha férfiak és nők is vannak az egyik oldalon, akkor a férfiak száma nem lehet kevesebb a nők számánál (ellenkező esetben legalább 1 férfi idegbajt kap a túloldalon ☺).

2.) Ha k valamilyen szám 1 és $2n-2$ között, akkor előfordul az a helyzet, amikor a túloldalon van k személy a csónak nélkül. Ugyanis, mivel a túloldali emberek száma csak 1-gyel nőhet egy „átkelés-visszakelés” alatt, így 0-ról indulva egyesével haladva eljutunk odáig, hogy a túloldalon $k-1$ személy lesz. Ekkor a következő átkeléskor – amikor szintén két személy utazik – egy ember a túlparton marad – így ott éppen k személy lesz -, a másik pedig visszatér az innenső oldalra a csónakkal.

Legyen most n páros, és a túlsó oldalon $n-1$ személy, az innensőn pedig $n+1$ ember plusz a csónak. Mivel mindkét szám páratlan, ezért az egyik oldalon több nő van, mint férfi, ami csak úgy lehet, hogy azon az oldalon nincs férfi. Ez csak a túlsó oldal lehet, hiszen ott van kevesebb ember n -nél. Így az összes férfi és egy nő van az innenső oldalon a csónakkal, a túlsón pedig $n-1$ nő. Most az egyedüli lehetőség a továbbjutáshoz az, ha két férfi kel útra (egy házaspár nem mehet át, hiszen a túlsó oldalon csak nők vannak), ami csak akkor nem sérti a többi férj érzelmeit, ha a túlparton csak ennek a most csónakba szálló két férfinak a felesége van. Ez pedig éppen azt jelenti, hogy a nők (és így a házaspárok) maximális száma 3 lehet (1 nő az innenső-, 2 a túloldalon).

Legyen most n páratlan, és mindkét oldalon n ember. Hasonlóan az előző gondolatmenethez, ez csak úgy lehetséges, hogy azonos neműek vannak az oldalakon. Ekkor következőleg két férfi nyilván nem kelhet át, ha kettőnél több nő van a túloldalon. Ha pedig két nő kel át, akkor csak az a két férfi jöhet vissza, akiknek a felesége a túloldalon maradt. Ez egyúttal azt is jelenti, hogy a nők (azaz a házaspárok) száma ebben az esetben nem lehet több 4-nél. Most tehát 2-2 házaspár van mindkét

oldalán. Innen viszont nincs tovább, hiszen nő a férje nélkül nem mehet, ha egy házaspár kel át, akkor vissza is csak az tud jönni, ha pedig két férfi, akkor vagy ők is jönnek vissza, vagy a másik két nő, és nem jutnak előbbre.

Bebizonyítottuk tehát, hogy háromnál több házaspár esetén ilyen feltételek mellett nem oldható meg az átkelés.

5.) Igen, 5 házaspár esetén megoldható az átkelés. Például:

1. 3 feleség át, 1 vissza
2. 2 feleség át, 1 vissza
3. azon 3 férfi át, akinek felesége van a túloldalon
4. 1 pár vissza
5. a 3 férj át, 1 feleség vissza
6. 3 feleség át, 1 vissza
7. az utolsó 2 feleség át

Az előző feladathoz hasonlóan belátható, hogy több mint 5 pár háromszemélyes csónakkal nem kelhet át a feltételeket betartva. Nyilvánvaló, hogy egy négyszemélyes csónak már mindenre jó, hiszen egy pár sorra átviszi a párokat.

6.) A legrövidebb idő meghatározásához nézzük meg, egyáltalán hányféleképpen lehet az átkelést megvalósítani. Első megközelítésben ne törődjünk azzal, hogy ki sérült és ki nem, vegyük úgy, hogy senki sem.

Nevezzünk *útnak* egy oda-vissza átkelést. Egy út során a túloldalon lévő személyek száma (feltételesen) bővíthet 1 férfival, vagy 1 nővel, vagy 1 párral, vagy 2 férfival, vagy 2 nővel, esetleg nem változik a létszám (ennek például akkor lehet értelme, ha ki akarnak cserélni valakit). A csónakban egyidejűleg (esetleg) lehet 3 nő, vagy 3 férfi, vagy 1 férfi és 1 pár, vagy 2 nő, vagy 2 férfi, vagy 1 pár. Egyéb esetekben már a csónakban nem teljesül a „féltékenységi” feltétel. Az utak során a 0 bővülés üresjáratnak bizonyul, így az olyan megoldás, ahol nincs ilyen, biztosan rövidebb időt eredményez. Ezért a megoldások keresésekor nem számolok ezzel a lehetőséggel.

Ezek után nézzük az első út lehetséges eseteit. Az 1 illetve 2 férfival való túloldali bővülés nem jöhet szóba, hiszen feleségeik itt maradnának más férfiak társaságában. Hasonlóan nem lehetséges az 1 párral való bővülés sem, mert nincs, aki átvigye őket (nő nem lehet, mert férje nélkül nem lehet más férfi társaságában, férfi pedig a parton hagyná a feleségét más férfiakkal). Marad tehát az 1 vagy 2 nővel való bővülés. Egy nőt a férje, vagy két másik nő vihet át a leggyorsabban. A két lehetőség közül a férj a gyorsabb. Ha pedig 2 nő van a csónakban, a harmadik is csak az lehet. Ezek után összesen két lehetőség marad az első útra:

I_a Egy házaspár átkel, a férj visszajön (1 nő van a túloldalon)

I_b Három nő átkel, egy visszajön (2 nő van a túloldalon)

Nézzük az I_a esetet. Ekkor 1 nő van a túloldalon, mindenki más a csónakkal az innensőn. A következő út során a túloldal bővíülhet a már ott lévő nő férjével (és ezt a férfit csak egy pár viheti át), vagy 2 nővel (akiket csak egy harmadik nő vihet át), vagy 1 nővel (akit 2 nő vagy 2 férfi – akik közül az egyik a férje, a másik pedig a túloldali nő férje – vihet át), további bővülések pedig nem lehetségesek a féltékenységi feltétel miatt.

Nézzük most az I_b esetet. Ekkor 2 nő van a túloldalon, mindenki más a csónakkal az innensőn. A következő út során a túloldal 1 vagy 2 nővel bővíülhet csak. (Elvileg bővíülhetne a két férjjel is, de nincs, aki átvigye őket.) Az 1 nőt a férje most nem viheti át a már ott lévő nők miatt, így ebben az esetben az egyetlen módja a bővülésnek, ha 3 nő megy át, és 1 vagy 2 jön vissza.

Ezek után a második út lehetséges esetei:

II_a Egy házaspár és a férj átkel, 1 pár visszajön (1 pár van a túloldalon) [I_a-ból]

II_b Három nő átkel, egy visszajön (3 nő van a túloldalon) [I_a-ból]

II_c Három nő átkel, kettő visszajön (2 nő van a túloldalon) [I_a-ból]

- II_d 1 nő és 2 férfi – akik közül az egyik a nő férje, a másik pedig a túloldali nő férje – átkel, a két férfi visszajön (2 nő van a túloldalon) [I_a-ból]
- II_e Három nő átkel, kettő visszajön (3 nő van a túloldalon) [I_b-ből]
- II_f Három nő átkel, egy visszajön (4 nő van a túloldalon) [I_b-ből]

A II_b és II_e esetek megegyeznek, bár más első átkeléssel jutottunk hozzájuk. Így elég csak az egyiket „megtartani”, mégpedig célszerűen azt, amelyikhez gyorsabb első átkelés tartozik. Mivel I_a gyorsabb I_b-nél (hiszen ott férfi is evez), tartsuk meg azt a vonalat, a továbbiakban tehát a II_e esettel nem kell foglalkoznunk.

Hasonlóan, a II_c és II_d átkelések utáni állapotok megegyeznek, elég csak az egyiket megtartani. Mivel II_d gyorsabb (és mindketten I_a-ból származnak), tartsuk meg azt a vonalat, a továbbiakban tehát a II_c esettel sem kell foglalkoznunk.

Nézzük a II_a esetet. Ekkor 1 pár van a túloldalon, mindenki más a csónakkal az innensőn. A következő út során a túloldal nem bővíthet sem férfival, sem nővel, hiszen a párok nem válnának meg egymástól. Egy párral elvileg bővíülhetne, de sem férfi, sem nő nem viheti át őket. Nincs tehát továbblépésre lehetőség, ez az eset zsákutcának bizonyult.

Nézzük most a II_b esetet. Ekkor 3 nő van a túloldalon, mindenki más a csónakkal az innensőn. A következő út során a túloldal férfiakkal csak cserével bővíülhet: átmegy a 3 férj, és 1 pár visszajön. (Ekkor 2 pár lesz a túloldalon.) Két nővel nem bővíülhet a túloldal, mert nincs, aki átvigye őket (illetve nincs, aki visszahozza a csónakot), 1 nővel viszont igen: átmegy a két nő, és az egyik visszajön. (Ekkor 4 nő lesz a túloldalon.)

Nézzük most a II_d esetet. Ekkor 2 nő van a túloldalon, mindenki más a csónakkal az innensőn. Ez megegyezik az I_b átkelés utáni állapottal, tehát az ott elmondottak érvényesek: a következő út során csak 3 nő mehet át, és 1 vagy 2 jön vissza.

Nézzük végül a II_f esetet. Ekkor 4 nő van a túloldalon, mindenki más a csónakkal az innensőn. A következő út során férfi nem mehet át, az egyetlen még itt lévő nő meg minek menne? Innen sincs tehát tovább, ez az eset is zsákutca.

Ezek után a harmadik út lehetséges esetei:

- III_a Három férj átkel, 1 pár visszajön (2 pár van a túloldalon) [II_b-ből]
- III_b Két nő átkel, egy pedig visszajön (4 nő van a túloldalon) [II_b-ből]; ez a II_f eset értelmében zsákutca, a továbbiakban nem kell foglalkozni vele
- III_c Három nő átkel, egy pedig visszajön (4 nő van a túloldalon) [II_d-ből]; ez a II_f eset értelmében zsákutca, a továbbiakban nem kell foglalkozni vele
- III_d Három nő átkel, kettő pedig visszajön (3 nő van a túloldalon) [II_d-ből]

Nézzük a III_a esetet. Ekkor 2 pár van a túloldalon, mindenki más a csónakkal az innensőn. A következő út során a túloldal csak cserével bővíthet: átmegy a 3 férj, és a két nő visszajön. Ekkor a nemek elkülönültek a két oldalon.

Nézzük most a III_d esetet. Ekkor 3 nő van a túloldalon, mindenki más a csónakkal az innensőn. Ez megegyezik a II_b esettel, amiből egyedüli folytatásként a III_a esethez jutottunk.

Két lehetőségünk maradt tehát a továbblépésre:

- IV_a Három férj átkel, 2 nő visszajön (5 férfi van a túloldalon) [III_a-ból]
- IV_b Három férj átkel, 1 pár visszajön (2 pár van a túloldalon) [III_d-ből]

Láthatjuk, hogy innen már nem különbözőek az esetek, csak az eltérő átkelések miatt a IV_b eset egy úttal le van maradva. Elég tehát a IV_a esetet továbbvinni, a IV_b-re ugyanaz mondható majd el.

Ha a nemek elkülönültek, akkor kézenfekvő megoldásnak tűnik, hogy a nők másfél úttal átviszik egymást: 1) Három nő átkel, 1 nő visszajön;

1,5) Három nő átkel, és mindenki a túloldalon van. Azonban most az idő is számít, és ez nagyon lassú megoldás a nők kis evezési sebessége miatt. A $v = \frac{s}{t} \Leftrightarrow t = \frac{s}{v}$ képlettel számolva: („Három nő átkel”) $3/3 +$ („1 nő visszajön”) $3/1 +$ („Három nő átkel”) $3/3 = 5$ óra! Ha igénybe vesszük a férfiak segítségét, akkor az átkelések száma nő ugyan, a végrehajtás ideje mégis csökkenni fog! Juttassuk át tehát a hölgyeket a következő módon: 1) Három nő átkel (1 óra), két férfi – az innesső parton maradt 2 nő férje – visszajön ($3/6 = 0,5$ óra); 2) a két férfi átvisszi egyikük feleségét ($3/7 = 0,43$ óra), majd az itt maradt nőért visszajön a férje ($3/3 = 1$ óra); 2,5) az utolsó pár is átevezi ($3/4 = 0,75$ óra). Ez mindösszesen csak $1+0,5+0,43+1+0,75 = 3,68$ óra!

A szükséges összidőhöz már csak azt kell kiszámítanunk, hogy mennyi ideig tart elérni az elkülönülés állapotát (amikor a nők az innesső, a férfiak a túlsó oldalon vannak). Ide két úton is eljutottunk:

- 1) I_a → II_b → III_a → IV_a
- 2) I_a → II_d → III_d → IV_b → IV_a

Az esetek tényleges átkeléseivel:

- 1) Egy pár átkel, a férj visszajön ($3/4+3/3 = 1,75$) →
 Három nő átkel, egy visszajön ($3/3+3/1 = 4$) →
 Három férj átkel, 1 pár visszajön ($3/9+3/4 = 1,08$) →
 Három férj átkel, 2 nő visszajön ($3/9+3/2 = 1,83$)
 Ez mindösszesen $1,75+4+1,08+1,83 = 8,66$ óra
- 2) Egy pár átkel, a férj visszajön ($3/4+3/3 = 1,75$) →
 1 nő és 2 férfi átkel, a két férfi visszajön ($3/7+3/6 = 0,93$) →
 Három nő átkel, kettő pedig visszajön ($3/3+3/2 = 2,5$) →
 Három férj átkel, 1 pár visszajön ($3/9+3/4 = 1,08$) →
 Három férj átkel, 2 nő visszajön ($3/9+3/2 = 1,83$)
 Ez mindösszesen $1,75+0,93+2,5+1,08+1,83 = 8,09$ óra

A második eset egy kicsivel kevesebb időt jelent, így ezt választjuk. Arra jutottunk tehát, hogy a lehető legrövidebb időtartamú átkeléshez $3,68+8,09 = 11,77$ óra szükséges, és ennek lépései:

- I.: Egy házaspár átkel, a férj visszajön
- II. 1 pár és az előző férfi átkel, a két férfi visszajön
- III. Három nő átkel, 2 visszajön
- IV. Három férj átkel, 1 pár visszajön
- V. Három férj átkel, 2 nő visszajön
- VI. Három nő átkel, két férfi – az innenső parton maradt 2 nő férje – visszajön
- VII. A két férfi átviszi egyikük feleségét, majd az itt maradt nőért visszajön a férje
- VIII. Az utolsó pár is áteve

Már csak az van hátra, hogy megnézzük, a három egészséges emberrel megvalósítható-e ez az átkelés-sorozat. Legyenek az egészséges emberek: F1, N2, N3 (F – férfi; N – nő). Hasonlóan jelöljük a többi férfit és nőt is, és értelemszerűen az azonos F és N indexek házaspárokat jelölnek. Ekkor a következő kiosztás megfelel a feladat feltételeinek:

- I.: Egy házaspár (F1;N1) átkel, a férj (F1) visszajön
- II. 1 pár (F2;N2) és az előző férfi (F1) átkel, a két férfi (F1;F2) visszajön
- III. Három nő átkel (N3;N4;N5), 2 visszajön (N2;N4)
- IV. Három férj átkel (F1;F3;F5), 1 pár visszajön (F1;N1)
- V. Három férj átkel (F1;F2;F4), 2 nő visszajön (N3;N5)
- VI. Három nő átkel (N3;N4;N5), két férfi – az innenső parton maradt 2 nő férje (F1;F2) – visszajön
- VII. A két férfi átviszi egyikük feleségét (F1;F2;N2), majd az itt maradt nőért visszajön a férje (F1)
- VIII. Az utolsó pár is áteve (F1;N1)

Megjegyzés: Nem a legkevesebb átkelészámú megoldás eredményezi a legrövidebb idejű megoldást.


7.) A nemek szimmetriájától eltekintve egyetlen megoldás lehetséges:

- I.: A rendőr és a fogoly átkel, a rendőr visszajön
- II. A rendőr átvisz egy kisfiút, majd visszajön a fogollyal
- III. Az apa átviszi a másik fiát, majd visszajön

- IV. Az anya az apával átkel, az anya visszajön
- V. A rendőr és a rab átkel, az apa visszajön
- VI. Az anya és az apa átkel, az anya visszajön
- VII. Az anya az egyik lányával átkel, a rendőr és a rab visszajön
- VIII. A rendőr átkel a kislánnyal, majd visszajön
- IX. A rendőr átkel a rabbal

8.) Elegendő egyetlen oda-vissza átkelés!

• • • • •




A villanszerelő először összeköti a középső három eret, a két szélsőt megjelöli 1-gyel és 5-tel, és például az 1-et rákötí a feszültségforrásra. Ez után átmegegy a túloldalra, és a műszerével megkeresi azt az eret, amelyik feszültség alatt van. Ez lesz az 1 jelű ér másik vége, tehát ezt is megjelölheti 1-gyel. Ez után ezt az eret feszültségforrásként használva megkeresi az összekötött három eret és a másik szabadon állót, azaz az 5-öst. (Az 1-es jelűt rákötí valamelyik érre, és a műszerrel megkeresi, melyik erekben van feszültség. Ha egyikben sem talál, akkor éppen az 5-öst kötötte össze az 1-essel.) Most tehát ott tartunk, hogy az 1-es és 5-ös ereket beazonosította.

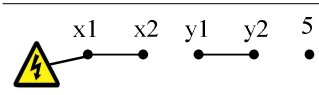
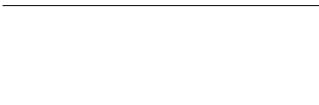
1 2 5 3 4

•—• •—• •

A még számozatlan három eret megjelöli sorban 2-vel, 3-mal és 4-gyel, majd pl. a 2-est az 1-essel, a 3-ast az 5-össel összeköti, és visszajön az innenső partra. Szétválasztja az összekötött ereket (a feszültségforrását kivéve), majd megkeresi közülük a feszültség alatt állót. Ez lesz a túloldalon 2-vel jelölt ér másik vége, tehát szintén a 2-es számot kapja. Ez után a feszültségforrást leválasztja 1-ről és rákötí 5-re. Megint megkeresi a feszültség alatt lévő eret, ez kapja a 3-as számot, végül az utolsó számozatlan a 4-est. Ezzel a villanszerelő beazonosította valamennyi ér végét.

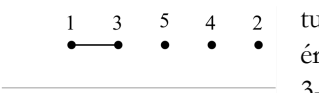


Egy másik lehetőség a villanyszerelő számára, ha átkelés előtt 2-2 eret köt össze, és a feszültségforrást az egyik ilyen összekötött érpárhoz csatlakoztatja.



Az összekötött érpárokat megjelöli például x_1 - x_2 -vel és y_1 - y_2 -vel, a szabadon maradt kaphatja például az 5-ös számot. Átkelés után műszerével azonnal meg tudja keresni az x_1 - x_2 érpár túloldali végeit (csak az érpárt tudja beazonosítani, azon belül az ereket nem!).

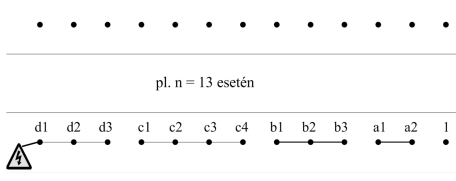
Jelölje meg az ereket 1-gyel és 2-vel, majd egyiküket kösse össze valamelyik még jelületlen érrel a három közül. Nézzze meg a maradék két jelületlen eret, hogy van-e bennük feszültség. Ha egyikben sincs, akkor azok lesznek az y_1 - y_2 érpár másik végei, és amelyikre rákötött, az lesz az 5-ös számú. Ha az egyikben van, akkor ez azzal az érrel, amelyikre rákötött lesz az y_1 - y_2 érpár, amelyikben nincs feszültség, az lesz az 5-ös számú. Ez utóbbit tehát mindenképpen be tudja azonosítani, az y_1 - y_2 érpárt pedig csak érpárként.



Jelölje meg ezek ereit például 3-mal és 4-gyel. Most kösse össze például az 1 jelű eret a 3 jelűvel (a lényeg, hogy az összekötött eret különböző érpárból származzanak). Ezek után térjen vissza az innenső oldalra, és oldja fel az összekötéseket (a feszültségforrását kivéve). Keresse meg a feszültség alatt álló eret, ha van ilyen.

- Ha van, akkor $x_1 = 1$ és $x_2 = 2$, a feszültség alatti ér pedig a 3-as, így már könnyen beazonosítható az utolsó számozatlan ér 4-esként.
- Ha nincs, akkor $x_1 = 2$ és $x_2 = 1$. Ekkor kösse a feszültségforrást x_2 -re. Most már biztosan talál feszültség alatt álló eret, ez lesz a 3-as jelű, a maradék pedig a 4-es.

A második megoldási módszer lehetőséget ad általánosításra, melynek során kiderül, hogy akárhány (n) eres vezeték esetén elegendő egyetlen oda-vissza átkelés! Kössük ugyanis össze az ereket a következőképpen:

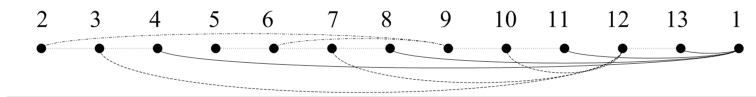


1 eret hagyjunk meg szabadon állónak, aztán kössünk össze rendre 2-öt, 3-at, ... stb. addig, amíg el nem fogyanak. Az utoljára összekötött

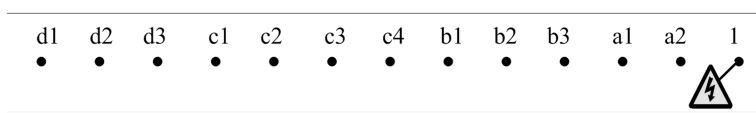
(maradék) erék száma megegyezhet egy korábbi csoport érszámával. Jelöljük meg a szabadon álló eret 1-gyel, majd az egy csoportba tartozó ereket rendre $a1-a2$ -vel, $b1-b2-b3$ -mal, $c1-c2-c3-c4$ -gyel ... stb. Ezek után kössük a feszültségforrást az utoljára kapott csoport valamelyik erére, és keljünk át a másik oldalra.

A műszerrel keressük meg a feszültség alatti ereket, ezek alkotják a maradék csoportot. Jelöljük meg őket rendre 2-vel, 3-mal, ... stb., az érszámtól függően. Most ezek egyikét kössük össze egy tetszőleges, még nem számozott érrel. Megkeresve a még nem számozott feszültség alatti ereket (ha egyet sem találunk, éppen az 1-es jelűre kötöttünk), egy újabb csoportot tudunk beazonosítani (amelybe beletartozik az az ér is, amelyre most kötöttünk rá), és hasonlóan rendre meg tudjuk határozni az összes innenső oldali csoport túloldali megfelelőit, köztük az 1-es jelűt is. Csoportonként folyamatos számozással minden ért jelöljünk meg egy számmal.

Kössük össze az 1-es jelű eret minden csoport pontosan egy érrel, majd a két érből álló csoportnak az 1-gyel még össze nem kötött erét a további csoportok pontosan egy – még másikkal össze nem kötött – érrel, és folytassuk ezt mindaddig, amíg lehetséges (ha a maradék csoport eréi elfogytak, azzal ne foglalkozzunk tovább). Így legfeljebb 1 ér maradhat szabadon álló. Ezek után térjünk vissza az innenső oldalra, oldjuk fel a kötéseket, a feszültségforrást pedig kössük az 1-es jelű érre.



pl. n = 13 esetén



Mivel a túloldalon az 1-es ért minden csoportból pontosan egy érrel kötöttük össze (és persze azok számát fel is jegyeztük), ezért minden innenső oldali $a, b, c \dots$ stb. csoportban pontosan egy ér lesz feszültség alatt ... ezeket tehát már meg is tudjuk számozni a túloldali végeknek megfelelően. Mivel a kéterű csoport egyik elemét be tudtuk azonosítani, nyilvánvalóan egyúttal beazonosítottuk a másikat is. Most kössük a feszültségforrást a kéterű csoport azon erére, amelyikben az előbb nem volt feszültség. Az előbbiekhöz hasonlóan ismét be tudunk azonosítani minden csoportból egy eret, és a háromerűből mindegyiket. Az eljárást folytatva az összes eret be tudjuk azonosítani, az esetlegesen örökké feszültségmentesnek talált ér lesz a szabadon álló. Eljárást adva bebizonyítottuk tehát, hogy akárhányerű kábel végei beazonosíthatók egyetlen oda-vissza átkeléssel.

9.) A két leglassabbnak együtt kell átkelni, hogy a gyorsak teljesítményét ne rontsák le, és vissza már nem kellene jönniük. Ezért a legkézenfekvőbb az, hogy a két leggyorsabb először átmegy a hídon a lámpával (Józsi és Feri 10 perc), majd az egyikük visszajön vele (pl. Józsi 5 perc). Ez után a két lassú átcammog (Mari és Béla 25 perc), majd az ott maradt másik gyors visszahozza a lámpát (Feri 10 perc) és ismét együtt átkelnek a hídon (Józsi és Feri 10 perc). Tehát mindösszesen $10+5+25+10+10 = 60$ perc alatt sikerül megszökniük.

10.) A megoldásokban feltüntetett számok azokat az embereket jelentik, akik ilyen sebességgel haladnak. Ahol nem jelzem másként, minden induló párnál (vagy egyedül indulónál) egy lámpa van.

$t=0$	5;10 és 55;65 elindulnak
$t=10$	5;10 megérkeznek, 5 visszaindul
$t=15$	5 megérkezik az indulási oldalra, 45;50 elindulnak
$t=65$	45;50 és 55;65 megérkeznek; 10 visszaindul mindkét lámpával
$t=75$	10 megérkezik az indulási oldalra; 5;10 és 15;20 elindulnak
$t=85$	5;10 megérkeznek, 5 visszaindul (hogy a lámpa ne álljon)
$t=90$	5 megérkezik az indulási oldalra, és egyedül ismét elindul
$t=95$	5 és 15;20 megérkeznek, 5 visszaindul mindkét lámpával
$t=100$	5 megérkezik az indulási oldalra; 30;5 és 30;35 elindulnak

t=130 30;5 megérkeznek
t=135 35;30 megérkeznek

Ebben a megoldásban a lámpák egyszerre érkeznek, sőt a két 30 perces még csak nem is egyszerre van a hídon.

t=0 5;10 és 55;65 elindulnak
t=10 5;10 megérkeznek, 5 visszaindul
t=15 5 megérkezik az indulási oldalra, 5;30 elindulnak
t=45 5;30 megérkeznek, 5 visszaindul
t=50 5 megérkezik az indulási oldalra, 5;15 elindulnak
t=65 5;15 és 65;55 megérkeznek; 5 visszaindul mindkét lámpával
t=70 5;20 és 50;45 elindulnak
t=90 5;20 megérkeznek, 10 visszaindul
t=100 10 megérkezik az indulási oldalra, 30;35 elindulnak
t=120 50;45 megérkeznek, 5 visszaindul
t=125 5 megérkezik az indulási oldalra, 5;10 elindulnak (a lámpák nem állhatnak)
t=135 5;10 és 30;35 megérkeznek

Ha nem engednénk meg, hogy egy személy egyszerre két lámpát vigyen, még akkor is 145 percen belül át lehet mozgatni az embereket.

t=0 5;10 és 15;20 elindulnak
t=10 5;10 megérkeznek, 5 visszaindul
t=15 5 megérkezik az indulási oldalra, 5;30 elindulnak
t=20 15;20 megérkeznek, 10 visszaindul
t=30 10 megérkezik az indulási oldalra, 30;35 elindulnak
t=45 5;30 megérkeznek, 5 visszaindul
t=50 5 megérkezik az indulási oldalra, 5;10 elindulnak
t=60 5;10 megérkeznek, 5 visszaindul
t=65 30;35 megérkeznek, 10 visszaindul; 5 megérkezik az indulási oldalra, 55;65 elindulnak
t=75 10 megérkezik az indulási oldalra, 5;10 elindulnak
t=85 5;10 megérkeznek, 10 visszaindul
t=95 10 megérkezik az indulási oldalra, 40;50 elindulnak

t=130 55;65 megérkeznek, 5 visszaindul
t=135 5 megérkezik az indulási oldalra, 5;10 indulnak
t=145 5;10 és 40;50 megérkeznek

....
.....
.....
.....

Források

- http://fefo.hu/multimenu2.php?showmenu=fefo_jatek_archivum
- <http://www.cs.bme.hu/~bodon/magyar/fejtoro/logika.htm>
- <http://www.komal.hu/forum/forum.cgi?a=to&tid=63&st=25&dr=1&sp=594>
- <https://szjenoko.web.elte.hu/Jatek/fejtorok/fejtorok.html>
- <https://sites.google.com/site/telekgabor/kikapcsolodas/fejtorok#T-OC-A-h-rom-b-lcs>
- <http://www.ementor.hu/?q=node/56>
- <http://www.logikaifeladatok.hu>
- <http://kemeceementok.lapunk.hu/?modul=oldal&tartalom=448428>
- <http://www.heatwave.hu/solution.html#WolfGoatLion>
- <http://5mp.eu/web.php?a=logikairejtveny&o=cWST563310>
- http://www.kfki.hu/~merse/fejtoro_feladvanyok.html#eroegyensuly
- <http://antsbc.tripod.com/logika/main.html>
- <http://forum.nol.hu/index.php?topic=20991.0>
- <http://alag3.mfa.kfki.hu/dcsabas/velemeny/inetto/logika.htm>
- <http://forum.index.hu/Article/showArticle?t=9000780>
- <http://hu.pokerstrategy.com/forum/thread.php?threadid=42595>